

贺同江,刘红艳,李小凡. 双相介质地震波场数值模拟的迭积微分算子及其 PML 边界条件. 地球物理学进展, 2009, 24(4): 1180~1188, DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2009. 04. 006.

He T J, Liu H Y, Li X F. Two-phase media seismic wave simulation by the convolutional differentiator method and the PML absorbing boundary. *Progress in Geophys.* (in Chinese), 2009, 24(4): 1180~1188, DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2009. 04. 006.

双相介质地震波场数值模拟的迭积 微分算子及其 PML 边界条件

贺同江¹, 刘红艳¹, 李小凡²

(1. 天津市地震局, 天津 300201; 2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘 要 将基于计算数学中 Forsyte 广义正交多项式的迭积微分算子引入到地震波动方程的一阶速度—应力方程的空间微分运算中去, 并采用时间错格有限差分算子替代传统的差分算子以匹配高精度的空间迭积微分算子, 从而发展一种全新的地震波场正演模拟方法, 来解决复杂非均匀介质模型中的波场传播问题. 为了大幅衰减人工边界引起的反射, 本文将完全匹配层(Perfectly Matched Layer, PML)吸收边界条件引入到所构建的方法中, 以解决迭积微分算子法的边界问题. 以二维波动方程为例, 用迭积微分算子法实现了双相介质的地震波场正演模拟, 模拟结果表明, 双相介质模型较好地解释了含流体孔隙特性. 同时也表明迭积微分算子法是一种非常实用、有效的数值模拟方法.

关键词 地震波, 数值模拟, 迭积微分算子, PML 边界条件, 双相介质

DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2009. 04. 006

中图分类号 P315

文献标识码 A

Two-phase media seismic wave simulation by the convolutional differentiator method and the PML absorbing boundary

HE Tong-jiang¹, LIU Hong-yan¹, LI Xiao-fan²

(1. Earthquake Administration of Tianjin Municipality, Tianjin 300201, China;

2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China)

Abstract The key issue in this paper is to introduce the convolutional differentiator based on Forsyte generalized orthogonal polynomial in mathematics into the spatial differentiation of the first velocity-stress equation. To match the high accuracy of the spatial differentiator, this method in the time coordinate adopts staggered grid finite difference instead of conventional finite difference to model seismic wave propagation in heterogeneous media. To attenuate the reflection artifacts caused by the artificial boundary, the Perfectly Matched Layer (PML) absorbing boundary is also considered in the method to deal with the boundary problem due to its advantage of automatically handling large-angle emission. This paper constructs the constitutive relationship for two-phase media, and further derives the first-order velocity-stress equation for 2D two-phase media. Numerical modeling using the CFPD method is carried out in the above-mentioned media. The results modeled in Biot two-phase media can better explain the liquid pore characteristics and can also prove that CFPD is a useful numerical tool to study the wave propagation in complex media.

Keywords seismic wave, numerical simulation, convolutional forsytte polynomial differentiator, PML absorbing boundary, biot two-phase media

收稿日期 2009-10-15; 修回日期 2010-02-20.

基金项目 国家自然科学基金项目(40874024)和天津市地震安全基础工程海上地震观测试验系统分项目联合资助.

作者简介 贺同江, 男, 2006 年 7 月于吉林大学获得硕士学位, 工程师, 现在天津市地震局监测预报中心工作.
(E-mail: liuhongyan_012@163. com)

0 引 言

双相弹性介质理论认为实际的地下介质是由固相、液相组成的,固相的多孔隙骨架是均匀的、各向同性的弹性固体;液相的充满孔隙空间的物质是具有粘弹性的、不可压缩的流体.特别是含油储层具有较大的孔隙度,表现出明显的双相介质性质^[1,2].双相介质理论与单相介质理论不同,双相介质理论充分地考虑了介质的结构、流体与气体的特殊性质、局部特征与整体效应的关系,因此,双相介质理论更能准确地描述实际地层结构和地层性质,自然也就更能适应越来越复杂的油气储藏勘探的实际需要,从而引起了国内外地震学家和勘探地震学家们的高度重视,由此而发展起来的正演和反演研究具有更好的应用前景.地震波数值模拟是认识复杂介质中地震波传播规律的有效途径之一.目前,双相介质的地震波数值模拟研究已取得了长足的进展^[3~10].迄今为止,地震波场正演模拟的数值算法有很多,每一种方法都存在其自身的优越性与局限性^[11,12].尽管褶积微分算子不是一个新的概念,但早期的相关方法^[13~16]都是基于傅氏变换的褶积微分算子,其精度仅稍高于四阶有限差分的精度,本文是以计算数学中的 Forsyte 广义正交多项式插值函数^[17]为基础,构建一个新的褶积微分算子,将该算子引入到 Biot 双相介质一阶速度——应力方程的空间微分运算中去,采用时间错格有限差分算子替代普通的差分算子以匹配高精度的褶积微分算子,从而构造一种全新的地震波场数值模拟方法.该方法同时具有广义正交多项式方法的高精度和短算子低阶有限差分算法的高速度^[18,19].通过对算子长度的调节及算子系数的优化,可同时兼顾波场解的全局信息与局部信息.

在进行波动方程数值模拟时,考虑到计算机的有限内存及有限计算时间,要对考虑问题的无限区域进行截取,使进行中的数值模拟在有限的区域内完成,即可以在有限的区域中得到较高精度的无限空间解.为此,需要引入人工边界来达到此目的.但这样会在人工边界处产生人为反射,如不消除或者压制这种虚假反射,就会影响数值模拟的结果和精度.边界吸收的方法很多^[20~22],可谓举不胜举,但是真正能有效的用于本文所构造的迭积微分算子法数值模拟的却少之又少.通过模拟实例,证明了 PML^[23~25]边界能比较好的适用于本文所构造的方法,因此本文采用 PML 吸收边界条件.

本文以二维波动方程为例,建立了双相介质中 PML 吸收边界条件,首次用迭积微分算子法实现了双相介质的地震波场正演模拟,并通过数值模拟对双相各向同性介质中的弹性波传播特征进行了分析.

1 Forsyte 广义正交多项式迭积微分算子求导原理

首先我们给出 Forsyte 多项式微分算子. Forsyte 多项式是一个广义正交多项式,其插值函数可写为:

$$\varphi(x) = C_0 P_0(x) + \sum_{j=1}^n C_j P_j(x), \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} P_0 &= 1, \\ P_1(x) &= (x - \alpha_1) P_0(x), \\ P_2(x) &= (x - \alpha_2) P_1(x) - \beta_1 P_0(x), \\ P_3(x) &= (x - \alpha_3) P_2(x) - \beta_2 P_1(x), \\ &\dots \dots \dots \\ P_{j+1}(x) &= (x - \alpha_{j+1}) P_j(x) - \beta_j P_{j-1}(x), \\ \alpha_1 &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, \\ \alpha_{j+1} &= \frac{\sum_{i=1}^m x_i P_j^2(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)}, \\ \beta_j &= \frac{\sum_{i=1}^m x_i P_j(x_i) P_{j-1}(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_{j-1}^2(x_i)}, \\ C_0 &= \frac{\sum_{i=1}^m f(x_i) P_0(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_0^2(x_i)}, \\ C_j &= \frac{\sum_{i=1}^m f(x_i) P_j(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)}, \end{aligned}$$

$f(x_i)$ 为被插值函数 $f(x)$ 在点 x_i 处的值. 式(1)中的 $P_0(x), \dots, P_{j+1}(x)$ 定义为 Forsyte 多项式系统.

对(1)式中的 x 求导,可得:

$$\varphi'(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx} = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(x), \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned}
 P'_j(x) &= \frac{dP_j(x)}{dx}, \\
 P'_1(x) &= P_0(x), \\
 P'_2(x) &= P_1(x) + (x - \alpha_2)P'_1(x), \\
 P'_3(x) &= P_2(x) + (x - \alpha_3)P'_2(x) \\
 &\quad - \beta_2 P'_1(x), \\
 &\dots \dots \dots \\
 P'_{j+1}(x) &= P_j(x) + (x - \alpha_{j+1})P'_j(x) \\
 &\quad - \beta_j P'_{j-1}(x).
 \end{aligned}$$

Forsyte 多项式微分算子可写为

$$\frac{d}{dx} = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(x), \quad (3)$$

其中

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^m P_j(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)},$$

此处的 C_j 不同于(2)式中的 C_j .

将上述微分算子(3)离散化可得

$$d_1(i\Delta x) = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(i\Delta x). \quad (4)$$

这里, i 为采样指标, Δx 为沿着 x 轴的采样间隔. 就实际应用而言, 须将微分算子截成短算子. 这势必引起 Gibbs 现象. 另外, 多项式的引入还将引起 Runge 现象. 为了消除这些现象, 必须采用窗函数以截断长微分算子. 本文采用的是下列 Gaussian 窗函数:

$$w(n) = ce^{-an^2}, \quad |n| = 0, 1, 2, \dots, mx \quad (5)$$

其中 mx 为单边截断长度的采样数, c 为常数, $a(0.1 \leq a \leq 0.75)$ 为衰减因子. 将微分算子(4)用式(5)截

断并锯齿化后, 可得如下实用的一阶迭积微分算子:

$$\hat{d}_1(i\Delta x) = \begin{cases} (-1)^i d_1(i\Delta x) w(i), & i = 1, 2, \dots, m \\ -\hat{d}_1(j\Delta x), & i = -1, -2, \dots, -m, j = -i \end{cases} \quad (6)$$

$$\hat{d}_1(0\Delta x) = 0.$$

类似地, 二阶迭积微分算子可写为

$$\hat{d}_2(i\Delta x) = \hat{d}_1(i\Delta x) * \hat{d}_1(i\Delta x). \quad (7)$$

通过对算子长度的调节及算子系数的优化, 可同时兼顾波场解的全局信息与局部信息, 本文运用算子长度为 9 点的一阶迭积微分算子求解波动方程. 9 点迭积算子的最优系数为:

$$\begin{aligned}
 &-9.135778624087487\text{E}-004, \\
 &6.215276667089320\text{E}-003, \\
 &-2.450472852706014\text{E}-002, \\
 &8.399311520683385\text{E}-002, \\
 &0.000000000000000\text{E}+000, \\
 &-8.399311520683385\text{E}-002, \\
 &2.450472852706014\text{E}-002, \\
 &-6.215276667089320\text{E}-003, \\
 &9.135778624087487\text{E}-004,
 \end{aligned}$$

可以看出, 算子的系数是反对称的.

2 Biot 双相介质一阶速度—应力方程

从 Biot 介质的本构方程出发, 可以建立一阶速度—应力波动方程各分量形式如下:

固相速度分量

$$(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2) \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial t} \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} \end{bmatrix} = \rho_{22} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} - \rho_{12} \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial x} \\ \frac{\partial S}{\partial y} \\ \frac{\partial S}{\partial z} \end{bmatrix} + (\rho_{12} + \rho_{22}) \begin{bmatrix} b_x(V_x - v_x) \\ b_y(V_y - v_y) \\ b_z(V_z - v_z) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

流相速度分量

$$(\rho_{12}^2 - \rho_{11}\rho_{22}) \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} \end{bmatrix} = \rho_{12} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} - \rho_{11} \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial x} \\ \frac{\partial S}{\partial y} \\ \frac{\partial S}{\partial z} \end{bmatrix} + (\rho_{12} + \rho_{11}) \begin{bmatrix} b_x(V_x - v_x) \\ b_y(V_y - v_y) \\ b_z(V_z - v_z) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

固相应力分量

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \epsilon \\ Q_2 \epsilon \\ Q_3 \epsilon \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

流相应力

$$\frac{\partial S}{\partial t} = Q_1 \frac{\partial v_x}{\partial x} + Q_2 \frac{\partial v_y}{\partial y} + Q_3 \frac{\partial v_z}{\partial z} + R\epsilon. \quad (11)$$

3 双相介质波动方程完全匹配层格式

完全匹配层的思路是在波场模拟区域外围设置一层特殊的网格边界,使地震波传播进去之后会波场值随空间变化迅速衰减,直至完全吸收,而且不在分界面上产生反射。

以完全匹配层为人工边界进行基于广义正交多项式迭积微分算子波场模拟时,我们要分别建立模拟区域和完全匹配层的微分格式,计算时模拟区域和完全匹配层之间的界面作为内部弹性界面处理。

下面给出双相介质二维波动方程(不考虑衰减函数)的完全匹配层格式。

(1)将双相介质一阶应力-速度波动方程的波场分为与 x 方向有关和与 z 方向有关的两个子分量:

位移分量为

$$v_x = v_x^x + v_x^z, v_z = v_z^x + v_z^z; \\ V_x = V_x^x + V_x^z, V_z = V_z^x + V_z^z.$$

应力分量为

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^x + \sigma_{xx}^z, \sigma_{zz} = \sigma_{zz}^x + \sigma_{zz}^z; \\ \tau_{xz} = \tau_{xz}^x + \tau_{xz}^z, S = S^x + S^z,$$

式中上角标 x 表示为沿 x 方向传播的波,上角标 z 表示为沿 z 方向传播的波。

(2)分裂波动方程组,波场各分量满足的方程形式为:

固相速度

$$(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2) \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x^x}{\partial t} + d(x)v_x^x \\ \frac{\partial v_x^z}{\partial t} + d(z)v_x^z \\ \frac{\partial v_z^x}{\partial t} + d(x)v_z^x \\ \frac{\partial v_z^z}{\partial t} + d(z)v_z^z \end{bmatrix} = \rho_{22} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} - \rho_{12} \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial S}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

流相速度

$$(\rho_{12}^2 - \rho_{11}\rho_{22}) \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x^x}{\partial t} + d(x)V_x^x \\ \frac{\partial V_x^z}{\partial t} + d(z)V_x^z \\ \frac{\partial V_z^x}{\partial t} + d(x)V_z^x \\ \frac{\partial V_z^z}{\partial t} + d(z)V_z^z \end{bmatrix} = \rho_{12} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} - \rho_{11} \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial S}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

固相应力

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}^x}{\partial t} + d(x)\sigma_{xx}^x \\ \frac{\partial \sigma_{xx}^z}{\partial t} + d(z)\sigma_{xx}^z \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^x}{\partial t} + d(x)\sigma_{zz}^x \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^z}{\partial t} + d(z)\sigma_{zz}^z \\ \frac{\partial \tau_{xx}^x}{\partial t} + d(x)\tau_{xx}^x \\ \frac{\partial \tau_{xx}^z}{\partial t} + d(z)\tau_{xx}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ 0 & 0 & 0 & d_{13} & 0 \\ d_{31} & 0 & 0 & 0 & Q_3 \\ 0 & 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & d_{55} & 0 & 0 \\ 0 & d_{55} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} \\ \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

流相应力

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial S^x}{\partial t} + d(x)S^x \\ \frac{\partial S^z}{\partial t} + d(z)S^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & R & 0 \\ 0 & Q_3 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} \\ \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

(3) 完全匹配层的实现

建立离散格式时,时间导数和空间导数与一阶速度—应力弹性波动方程相同^[18].

PML 吸收层是数值计算区域外增加网格层,它是非物理的虚拟存在区域,如图 1 所示.在数值模拟计算过程中,不同部分的衰减因子取值不同.在区域 1 中,令 $d(x) \neq 0$; $d(z) \neq 0$.在区域 2 中,令 $d(x) = 0$; $d(z) \neq 0$.在区域 3 中,令 $d(x) \neq 0$; $d(z) = 0$.这样在计算边界的周围都有完全匹配层吸收介质,波由区域内通过边界传播到完全匹配层时,不会产生任何反射,并且按传播距离的指数规律衰减.当波传播到完全匹配层的边界时,波场近似为零,也不会产生反射.

其中 $d(x)$, $d(z)$ 采用 Zeng^[26] 给出的公式

$$d(x) = 2\pi f_0 a_0 \left(\frac{x}{\delta} \right)^n, \quad (16)$$

$$d(z) = 2\pi f_0 a_0 \left(\frac{z}{\delta} \right)^n.$$

a_0 需要实验求得,本文中取值为 1.79, f_0 是地震波主频, n 取值为 2, δ 为 PML 匹配层的厚度, x , z 是 PML 内计算点到内部区域和 PML 层交界面的距离.

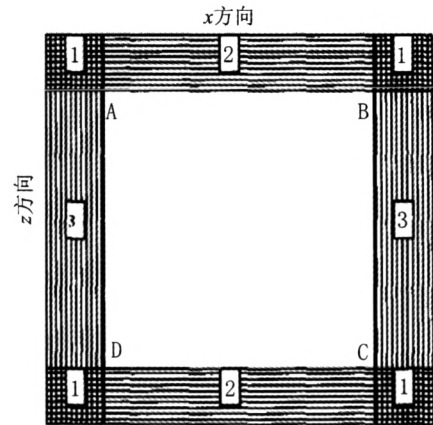


图 1 PML 吸收边界示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the PML absorbing boundary

4 数值实验

本模型考察均匀各向同性双相介质在水平分界面上的地震波波场特征.模型的网格剖分为 256×256 ,以网格点为模型坐标,网格间距 $\Delta x = \Delta z = 10m$,采样间隔 $\Delta t = 1ms$,震源放在一层介质中,震源为倾斜集中力源,震源采用 20Hz 的 Ricker 子波,

坐标为 (128,120),如图 2 所示,分界面为 $z = 150$,模型参数如表 1 所示.

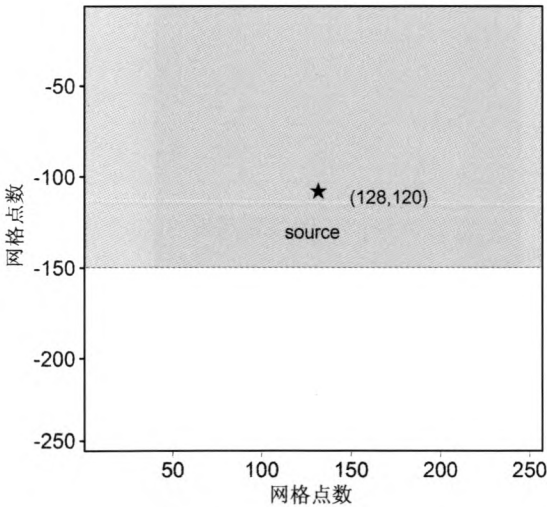


图 2 水平分界面模型
Fig. 2 Plane interface model

表 1 各向同性双相介质物性参数 (N. Dai)
Table 1 Isotropic two-phase media parameters

层位	固相参数				流相参数		耦合参数		耗散参数
	d_{11}	d_{13}	d_{55}	ρ_{11}	R	ρ_{22}	Q	ρ_{12}	b
I	34.020	33.6	84.2	167.2	0.331	0.191	0.953	-0.083	3.0
II	79.755	65.12	0.2	430.2	0.790	0.255	0.700	-0.100	7000.0

注: d_{ij} 、 R 、 Q 的单位是 $10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, b 的单位是 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$, ρ_{ij} 的单位是 $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

图 3 为 0.3s 时的波场快照,从图中可以看到,快纵波传播到界面并产生透射和反射,透射波中可见快纵波和转换横波;反射的快纵波已经超过慢纵波,快纵波产生的反射波中出现转换的慢纵波和折射波,此时慢纵波也传播到界面,透射产生了转换的快纵波,反射波有慢纵波和转换的快纵波;同时从图中看到快纵波传到了边界但是没有反射,说明 PML 边界能很好的吸收边界反射,PML 边界条件解决了

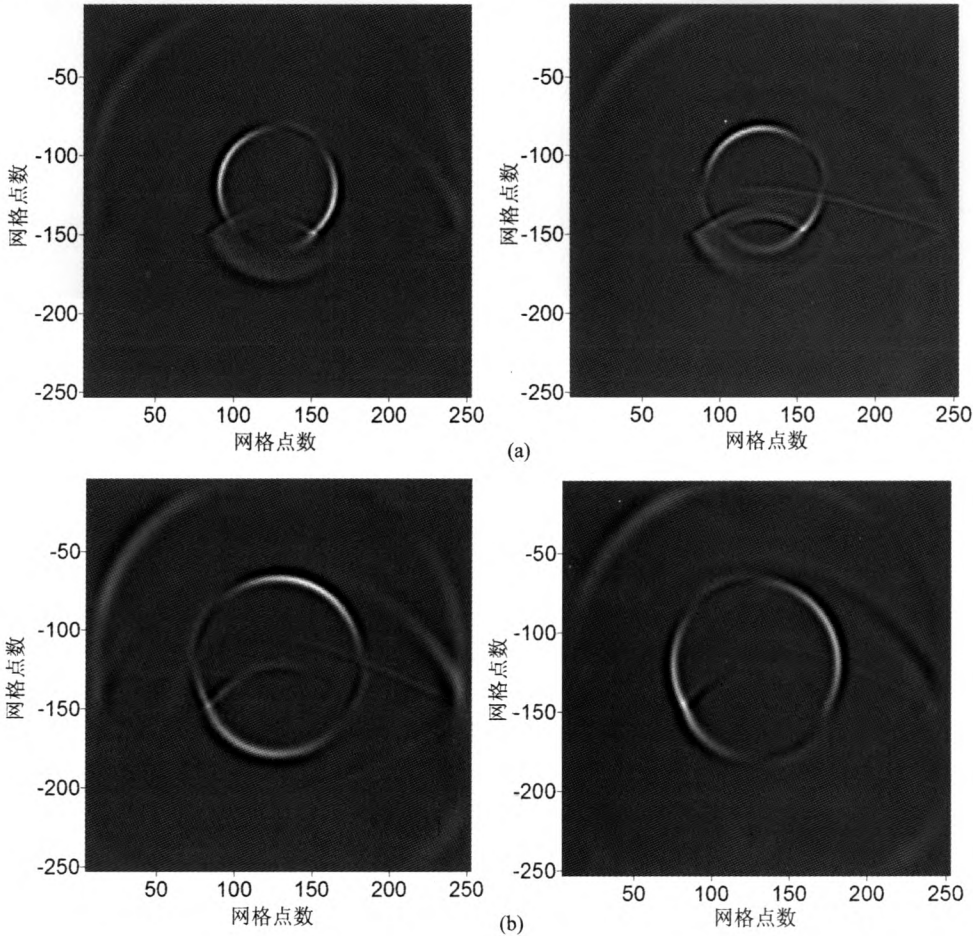


图 3 各向同性 Biot 双相介质模型流相(a)和固相(b)波场快照
($t=300$ ms,左:水平 x 分量,右:垂直 z 分量)

Fig. 3 Wave-field snapshots in isotropic Biot two-phase media model, fluid phase (a), solid phase (b)
($t=300$ ms, left: x component, right: z component)

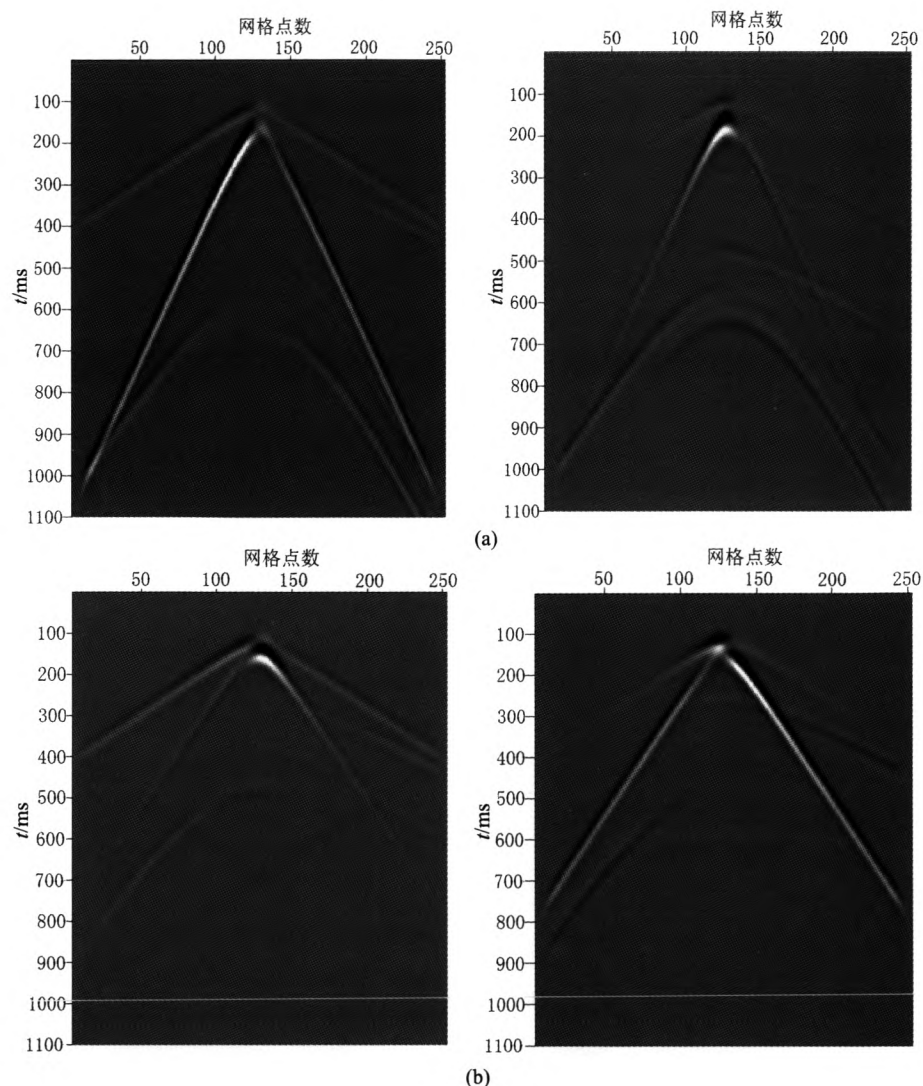


图4 各向同性 Biot 双相介质模型流相(a)和固相(b)弹性波场记录
(左:水平 x 分量,右:垂直 z 分量)

Fig. 4 Records of the Biot two-phase media model, fluid phase (a), solid phase (b)
(left: x component, right: z component)

本文所构造方法的边界问题. 该模型试验说明两层双相介质界面上会产生三类波,即快纵波、慢纵波和横波,快纵波和慢纵波遇到界面产生透射或反射时也会相互转换;由于下层介质具有很大的衰减系数,慢纵波一经形成就很快被吸收,所以图中看不到透射的慢纵波;慢纵波的能量在流相中更大,而转换为快纵波后变得在固相中相对明显. 三类波的速度由大到小依次为快纵波、横波和慢纵波,这在接收记录图4也得到很好的体现. 界面上的波场特征是波场模拟研究的主要内容,因为地震勘探首先要获得地下界面上的反射波信息. 地震波在不同介质分界面上产生透射和反射时,不仅会有透射波、反射波和折

射波,还会有不同种类的面波,双相介质分界面的波场特征尤为复杂,这些都是值得深入研究和的地方.

5 结论与讨论

本文发展了一种全新的、高精度的地震波场模拟方法—基于 Forsyte 广义正交多项式的迭积微分算子法,该方法同时具有广义正交多项式方法的高精度和短算子有限差分算法的高速度,采用时间错格有限差分算子替代传统的差分算子以匹配高精度的空间迭积微分算子.

本文在边界条件的处理上,采用最佳匹配层吸

收边界条件。事实证明相对其他边界条件,最佳匹配层吸收边界条件能有效吸收边界反射,解决了本文所构造方法的边界问题。

Biot 双相介质波动是固相和流相耦合的波动方程,在应用迭积微分算子法时首先要将固相位移分量和流相位移分量分解开来,然后建立了一阶速度—应力波动方程。并推导了其 PML 吸收边界格式。通过模拟实例验证了 PML 吸收边界的优越性。

数值试验表明,本文所构造的基于 Forsythe 广义正交多项式褶积微分算子法的正演结果正确,并且由于该方法在空间域可同时兼顾波场解的全局信息与局部信息,因而对于复杂介质模型,该数值模拟方法在空间域中能获得较高的分辨率,因而精度较高。

参 考 文 献 (References):

- [1] Biot M A Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Lower-frequency range, II. Higher-frequency range [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1956, 28: 179~191.
- [2] Zhu X, McMechan G A. Numerical simulation of seismic response of poroelastic reservoirs using Biot theory. Geophysics, 1991, 56 (3): 328~339.
- [3] 刘洋,李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究[J]. 地震学报, 2000, 22: 132~138.
Liu Y, Li C C. Study of elastic wave propagation in two phase anisotropic media by numerical modeling of pseudospectral method [J]. Acta Seismologica Sinica, 2000, 22: 132~138.
- [4] 杨顶辉. 双相各向异性介质中弹性波方程的有限元解法及波场模拟[J]. 地球物理学报, 2002, 45(2): 575~583.
Yang D H. Finite element method of the elastic wave equation and wavefield simulation in two-phase anisotropic media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2002, 45(2): 575~583.
- [5] 王秀明,张海澜,王东. 利用高阶交错网格有限差分算法模拟地震波在非均匀孔隙介质中的传播[J]. 地球物理学报, 2003, 46(6): 842~849.
Wang X M, Zhang H L, Wang D. Modeling of seismic wave propagation in heterogeneous poroelastic media using a high-staggered finite-difference method [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2003, 46(6): 842~849.
- [6] 裴正林. 三维双相各向异性介质中弹性波方程交错网格高阶有限差分法模拟[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 2004, 28(5): 23~29.
Pei Z L. A staggered-grid high-order difference method for modeling seismic wave propagation in 3D dual-phase anisotropic media [J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 2004, 28(5): 23~29.
- [7] 王东, 张海澜, 王秀明. 部分饱和和孔隙岩石中声波传播数值研究[J]. 地球物理学报, 2006, 49(2): 524~532.
Wang D, Zhang H L, Wang X M. A numerical study of acoustic wave propagation in partially saturated poroelastic rock [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2006, 49(2): 524~532.
- [8] 卢明辉,巴晶,杨慧珠. 双相介质分界面上弹性波的反射与透射[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(5): 1439~1445.
Lu M H, Ba J, Yang H Z. Reflection and transmission of elastic waves from a boundary of two-phase media [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2007, 22(5): 1438~1445.
- [9] 巴晶,卢明辉,胡彬,等. 黏弹双相介质中的松弛骨架模型[J]. 地球物理学报, 2008, 51(5): 1527~1537.
Ba J, Lu M H, Hu B, et al. The skeleton-relaxed model for poroviscoelastic media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2008, 51(5): 1527~1537.
- [10] 孟庆生,何樵登,樊玉清,等. 基于 BISQ 机制三维双相 EDA 介质中的反射与透射[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(2): 323~327.
Meng Q S, He Q D, Fan Y Q, et al. The reflection and transmission in 3D double-phase EDA media based on BISQ mechanisms [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2005, 20(2): 323~327.
- [11] Jose M, Carcione, Gerard C, Herman, et al., Review Article: Seismic modeling [J]. Geophysics, 2002, 67(4): 1304~1325.
- [12] 郑洪伟,李廷栋,高锐,等. 数值模拟在地球动力学中的研究进展[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(2): 360~369.
Zheng H W, Li T D, Gao R, et al. The advance of numerical simulation in geodynamics [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2006, 21(2): 360~369.
- [13] Zhou B, Greenhalgh S A. Seismic scalar wave equation modeling by a convolutional differentiator [J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1982(1): 289~303
- [14] 张中杰,滕吉文,杨顶辉. 声波与弹性波场数值模拟中的迭积微分算子法[J]. 地震学报, 1996, 18(1): 63~69.
Zhang Z J, Teng J W, Yang D H. Acoustic and elastic wave modeling by a convolutional differentiator [J]. Acta Seismologica Sinica, 1996, 18(1): 63~69.
- [15] 戴志阳,孙建国,查显杰. 地震波场模拟中的褶积微分算子法[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2005, 35(4): 520~524.
Dai Z Y, Sun J G, Li X J. Seismic wave field modeling with convolution differentiator algorithm [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2005, 35(4): 520~524.
- [16] 戴志阳,孙建国,查显杰. 地震波混合阶迭积算法模拟[J]. 物探勘探计算技术, 2005, 27(2): 111~114.
Dai Z Y, Sun J G, Li X J. Seismic wave field modeling with hybrid order convolution differentiator [J]. Computing Techniques for Geophysics and Geochemical Exploration, 2005, 27(2): 111~114.
- [17] 谢靖. 物探数据处理的数学方法 [M]. 北京:地质出版社, 1981: 97~104.
Xie J. Numerical method for geophysical data-process [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1981: 97~104.
- [18] 程冰洁,李小凡,龙桂华. 基于广义正交多项式褶积微分算子

- 的地震波场数值模拟方法[J]. 地球物理学报, 2008, 51(2): 531~537.
- Cheng B J, Li X F, Long G H. Seismic waves modeling by convolutional Forsyte polynomial differentiator method[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2008, 51(2): 531~537.
- [19] 程冰洁, 李小凡. 2.5 维地震波场褶积微分算子法数值模拟[J]. 地球物理学进展, 2008, 23(4): 1099~1105.
- Cheng B J, Li X F. 2.5D modelling of elastic waves using the convolutional differentiator method [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2008, 23(4): 1099~1105.
- [20] Clayton R, Engquist B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations [J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1997, 67: 1529~1540.
- [21] Cerjan C, Kosloff D, *et al.* A non-reflection boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equation[J]. Geophysics, 1985, 50: 705~708.
- [22] Berenger J P. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption electromagnetic waves [J]. Comp. Phys, 1996, 127: 363~379.
- [23] Francis C, Chrysoula T. Application of the perfectly matched absorbing lamodel to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media [J]. Geophysics, 2001, 66(1): 294~307.
- [24] 赵海波, 王秀明, 王东, 陈浩. 完全匹配层吸收边界在孔隙介质弹性波模拟中的应用[J]. 地球物理学报, 2007, 50(2): 581~591.
- Zhao H B, Wang X M, Wang D, Chen H. Applications of the boundary absorption using a perfectly matched layer for elastic wave simulation in poroelastic media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2007, 50(2): 581~591.
- [25] 徐义, 张剑锋. 地震波数值模拟的非规则网格 PML 吸收边界[J]. 地球物理学报, 2008, 51(5): 1520~1526.
- Xu Y, Zhang J F. An irregular-grid perfectly matched layer absorbing boundary for seismic wave modeling[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2008, 51(5): 1520~1526.
- [26] Zeng Y Q, He J Q, Liu Q H. The application of the perfectly matched layer in numerical modeling of wave propagation in poroelastic media[J]. Geophysics, 2001, 66(4): 1258~1266.